Вопросы к зачету оценкой

Часть 1. Линейная алгебра.

1.Определение матрицы размера m×n. Определение матрицы n-го порядка. Вектор-строка, вектор-столбец. Главная диагональ матрицы. Равные матрицы; нулевая матрица.

2.Сумма матриц, произведение матрицы на число. Определение противоположной матрицы. Свойства сложения матриц и умножения их на число.

3.Определение транспонированной матрицы. Замечания о размерности транспонированной матрицы и о транспонированной матрице по отношению к транспонированной.

4.Определение произведения матриц. Условия согласования при умножении. Определение единичной матрицы. Свойства произведения матриц.

5.Определение определителя 2-го порядка. Определение определителя

6.Геометрический способ вычисления определителя 2 и 3-го порядка.

7.Минор некоторого элемента aij определителя n-го порядка. Определение определителя n-го порядка.

8.Элементарные преобразования матриц (1, 2, 3-го типа).

9.Связь между определителями исходной и транспонированной матриц.

10.Перемена местами 2-х строк определителя. Определитель с совпадающими строками.

11.Определитель со строкой, умноженной на число и со строкой, составленной из сумм чисел.

12.Определитель со строкой, равной линейной комбинации других строк. Возможность прибавления к строке определителя другой строки, умноженной на число.

13.Определитель с нулевой строкой. Определитель произведения матриц.

14.Определение обратной матрицы. Единственность обратной матрицы; вычисление обратной матрицы по отношению к обратной.

15.Обратная матрица от произведения матриц.

16.Матрица алгебраических дополнений. Присоединенная матрица. Теорема о существовании и виде обратной матрицы (формула обратной матрицы). Техника вычисления обратной матрицы.

17.Определение ранга матрицы. Базисный минор. Свойства ранга матрицы.

18.Линейные системы m уравнений с n неизвестными. Матричная запись системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение СЛАУ. Совместные и несовместные СЛАУ. Определенные и неопределенные СЛАУ. Однородные СЛАУ.

19.Определение треугольной матрицы. Расширенная матрица СЛАУ. Определение СЛАУ эквивалентной исходной. Решение СЛАУ методом Гаусса.

20.Критерий совместности СЛАУ.

21.Достаточные условия того, чтобы СЛАУ была определенная (неопределенная).

22.Линейные системы n уравнений с n неизвестными. Главный и вспомогательные определители СЛАУ размера n×n. Формулы Крамера. Обратная теорема и ее следствие. Матричный метод решения СЛАУ размера n×n.

23.Понятие вектора в Rn. Линейная комбинация векторов в Rn. Линейно независимые и линейно зависимые системы векторов в Rn. Критерий линейной зависимости векторов. Системы векторов, содержащие нулевой вектор.

24.Система векторов, содержащая линейно зависимую подсистему. Подсистемы линейно независимых систем векторов. Критерий линейной независимости системы n векторов в Rn.

25.Базисность системы векторов в Rn. Координаты вектора относительно данного базиса. Естественный базис в Rn и, в частности, в R3. Практическое обоснование базисности системы векторов и нахождение координат вектора относительно этого базиса.

26.Векторы в R2 и R3 как направленные отрезки.

27.Определение скалярного произведения векторов в Rn. Свойства скалярного произведения (доказать два из них по собственному выбору). Вычисление длины вектора и угла между векторами в R2 и R3.

28.Определение нормы вектора и угла между векторами в Rn. Неравенство Коши-Буняковского и его смысл. Определение проекции вектора на вектор в Rn. Техника вычисления длин, углов и проекций.

29.Определение ортогональных векторов в Rn. Свойства нормы вектора. Определение единичного вектора. Определение ортонормированного базиса в Rn. Нормировка вектора.

30.Направляющие косинусы вектора. Механический смысл скалярного произведения.

31.Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Правая тройка векторов. Определение векторного произведения векторов. Техника вычисления площадей.

32.Свойства векторного произведения. Вычисление векторных произведений векторов i,j и k.

33.Выражение векторного произведения через координаты векторов.

34.Определение смешанного произведения векторов. Вычисление смешанного произведения векторов через их координаты. Свойства смешанного произведения.

35.Геометрический смысл смешанного произведения. Техника вычисления объемов. Задача о принадлежности четырех точек одной плоскости.

Часть 2. Теория пределов.

1.Понятие функции (отображения). Область определения функции и множество её значений. График функции. Способы задания функции.

2.Основные элементарные функции. Таблица основных элементарных функций с указанием области определения, множества значений и графика функции. Элементарные функции.

3.Определение числовой последовательности. Расширенное множество действительных чисел.

4.Определение окрестности конечной точки a, бесконечно удаленных точек.

5.Определение конечного предела последовательности на языке окрестностей.

6.Определение сходящейся и расходящейся последовательности. Определение ограниченной последовательности. Определение монотонных последовательностей. Теорема о монотонных и ограниченных последовательностях.

7.Свойства предела последовательности.

8.Предел промежуточной последовательности.

9.Предел произведения ограниченной последовательности и стремящейся к нулю последовательности.

10.Определение предельной точки числового множества. Критерий того, что точка а является предельной. Определение

левосторонней (правосторонней) предельной точки числового множества.

11.Определение предела функции; левые и правые пределы. Теорема о совпадении левого и правого предела. Примеры.

12.Свойства предела функции.

13.Первый замечательный предел и второй замечательный предел.

14.Определение функции, непрерывной в точке a. Примеры. Определение функции, непрерывной на множестве.

15.Определение сложной функции. Лемма о пределе сложной функции.

16.Свойства непрерывных функций.

17.Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность элементарных функций.

18.Определение точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Примеры.

19.Определение эквивалентных функций. Определение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Цепочка эквивалентных бесконечно малых.

20.Связь бесконечно малых и бесконечно больших функций. Теорема об эквивалентности для многочлена на бесконечности.

21.Теорема о вычислении пределов частных с помощью эквивалентностей.

22.Теорема о предельных значениях элементарных функций.

Часть 3. Дифференциальное исчисление.

1.Определение производной функции в точке. Определение дифференцируемой в точке и на множестве функции. Приращение независимой переменной. Приращение функции. Определение, эквивалентное определению производной функции в точке.

2.Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции в точке.

3.Теорема о непрерывности дифференцируемой функции. Пример, показывающий, что из непрерывности функции в точке не следует её дифференцируемость в ней.

4.Производная константы; свойства линейности производной. Производная произведения функций. Производная частного. Производная сложной функции.

5.Производные степенной, показательной и логарифмической функций.

6.Производные тригонометрических функций.

7.Лемма о вычисление производной обратной функции.

8.Производные обратных тригонометрических функций.

9.Правило Лопиталя. Отношение "много меньше" между функциями и теорема об эквивалентности, связанная с этим понятием.

10.Техника вычисления пределов степенно-показательных функций, а также пределов на бесконечности от частных логарифмических, степенных и показательных функций.

11.Определение неявной функции. Техника вычисления производной неявной функции.

12.Определение функции, заданной параметрически. Теорема о нахождении производной функции, заданной параметрически.

Часть 3. Интегральное исчисление.

1.Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.

2.Первообразная. Существование первообразной у непрерывной функции.

3.Понятие неопределенного интеграла и его свойства.

4.Техника интегрирования. Метод подстановки. Метод интегрирования по частям.

5.Интегрирование рациональных дробей.

6.Понятие фигуры. Мера фигуры. Конструкция интеграла по мере.

7.Классификация интеграла по мере.

8.Основные свойства интеграла по мере (нормировка, линейность, аддитивность по множеству, позитивность,

монотонность).

9.Теорема о среднем.

10.Определенный интеграл. Его геометрический смысл.

11.Формула Ньютона – Лейбница.